

R1 eksamen H2025

20.11.25

Oversikt

Del 1 — 2 timer — uten hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
1-1	Derivasjon og graffortolkning	derivasjon, funksjoner	✓
1-2	Logaritmeligninger	logaritmer, likninger	✓
1-3	Grenseverdier	grenseverdi, kontinuitet	✓
1-4	Koordinater, linje og ortogonalitet	vektorer, geometri	✓
1-5	Funksjonsdrøfting og halveringsmetode	derivasjon, funksjonsdrøfting, programmering	✓

Del 2 — 3 timer — med hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
2-1	Logistisk vekstmodell	logistisk funksjon, modellering, derivasjon	✓
2-2	Stykkevis funksjon og derivert	kontinuitet, derivasjon, funksjoner, delt forskrift	✓
2-3	Luktintensitet og logaritmisk modell	logaritmer, modellering	✓
2-4	Parameterframstilling og møtepunkt	vektorer, geometri	✓
2-5	Vektorer, lengde og ortogonalitet	vektorer, trigonometri	✓
2-6	Grafer og dobbeltderivert	derivasjon, funksjonsdrøfting, eksponentialfunksjoner	✓

Del 1

Oppgave 1-1

a) Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \sqrt{x} + 2$$

Funksjon g gitt ved

$$g(x) = \frac{2x - 3}{e^x}$$

er kontinuerlig og deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$.

b) Bestem $g'(2)$ og $g'(3)$.

c) Hva forteller svarene i oppgave b om grafen til g når $x \in [2, 3]$?

Oppgave 1-2

a) Løs likningen

$$(\lg x)^2 - 2 \lg x = 8$$

b) Bestem a slik at

$$\log_a \frac{1}{64} = -3$$

Oppgave 1-3

a) Bestem grenseverdien dersom den eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

b) 1) Bestem a slik at grenseverdien eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

2) Bestem grenseverdien for denne verdien av a .

Oppgave 1-4

I et koordinatsystem har vi gitt punktene $A(-2, 3)$ og $B(3, 2)$.

a) Bestem lengden av linjestykket AB .

Linja gjennom A og B skjærer x -aksen i punktet C .

b) Bestem koordinatene til C .

Et punkt D er gitt ved $D(2, t)$ der $t \in \mathbb{R}$.

c) Bestem t slik at $\angle ABD$ blir 90° .

Oppgave 1-5

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln x$$

a) Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

En elev jobber med funksjonen f og har skrevet programmet nedenfor:

```
1 from math import log          # log(x) er kode for ln(x)
2
3 a = 0.1
4 b = 3
5
6 maks_avvik = 0.0001
7
8 def f(x):                      # definerer funksjonen
9     return 4*x**2*log(x)
10
11 m = (a + b)/2
12
13 while abs(f(m)) >= maks_avvik: # abs() finner absoluttverdi
14
15     if f(a)*f(m) < 0:
16         b = m
```

 Python

```

17     else:
18         a = m
19
20     m = (a + b)/2
21
22 print(m)

```

b) Hva ønsker eleven å finne ut?

Forklar hva programmet gjør i linje 11–20.

Bestem verdien som blir skrevet ut når eleven kjører programmet.

Del 2

Oppgave 2-1

Tabellen nedenfor viser folketallet på et lite tettsted, noen år i perioden 1960–1980.

År	1960	1961	1963	1965	1967	1971	1975	1977	1980
Folke- tall	500	604	852	1043	1510	2163	2544	2639	2715

a) Bruk informasjonen til å lage en modell F på formen

$$F(t) = \frac{B}{1 + a \cdot e^{-kt}}$$

for antall personer $F(t)$ som bodde på dette tettstedet t år etter 1960. Vurder modellens gyldighetsområde.

b) Bestem $F'(12)$ og $F''(12)$. Gi en praktisk tolkning av svarene.

c) Når økte antall personer som bodde på dette tettstedet, med mer enn 150 personer per år ifølge modellen?

Oppgave 2-2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x \leq -2 \\ 2x^3 + 2x^2 - 2x & -2 < x < k \\ c & x \geq k \end{cases} \quad \text{der } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ og } k \in \langle -2, \infty \rangle$$

a) Avgjør om f er kontinuerlig når $x = -2$ dersom $a = 2$ og $b = -2$.

b) Bestem a, b, c og k slik at f er kontinuerlig og deriverbar når $x = -2$ og når $x = k$.

Oppgave 2-3

Beboerne i et boligområde klager på lukt fra et biogassanlegg. Kommunen tar luftprøver og vurderer værdata som vind og temperatur.

Prøvene analyseres, og hver prøve gis en luktverdi C . Denne luktverdien er gitt i luktenheter (odour units) per kubikkmeter (OU/m³).

Sammenhengen mellom C og luktintensiteten I er gitt ved

$$I = 1,4 \cdot \lg(C) - 0,3$$

Biogassanlegget er pålagt å forholde seg til tabellen nedenfor.

Luktintensitet (I)	Vurdering
< 1	uproblematisk
1–2	akseptabelt
2–3	kan aksepteres kortvarig
3–4	plagsom lukt, bør begrenses
> 4	plagsomt, tiltak kreves

Resultatet av prøvene viser luktverdier mellom 500 OU/m^3 og 1400 OU/m^3 .

- a) Har beboerne grunnlag for å klage?

Biogassanlegget tar klagen på alvor og ønsker å redusere luktplagene.

- b) Hvilken luktverdi må nye prøver vise for at luktintensiteten skal bli akseptabel?

Oppgave 2-4

Ina følger en sti fra ei hytte til et utsiktspunkt. I et koordinatsystem der enheten langs aksene er meter, ligger hytta i punktet $H(0, 300)$ og utsiktspunktet i $U(1200, 400)$. Stien mellom hytta og utsiktspunktet er en rett linje. Ina går med konstant fart.

- a) Forklar at parameterframstillingen

$$I : \begin{cases} x = 1200s \\ y = 300 + 100s \end{cases} \quad s \in [0, 1]$$

gir den rette linja mellom hytta og utsiktspunktet.

Hele turen tar 20 minutter.

- b) Bestem posisjonen til Ina etter 5 minutter.
c) Regn ut farten til Ina. Gi svaret i m/s.

Jonas er ute på tur i samme område som Ina. De to vennene møter hverandre.

Jonas sin posisjon t minutter etter at han startet sin tur, er gitt ved

$$j : \begin{cases} x = 520 - 20t \\ y = 310 + 5t \end{cases}$$

- d) Hvor langt har Ina gått når hun møter Jonas?

Oppgave 2-5

For $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$ og vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 30° .

Det er gitt at $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$.

- a) Regn ut den eksakte lengden av $\vec{p}$.

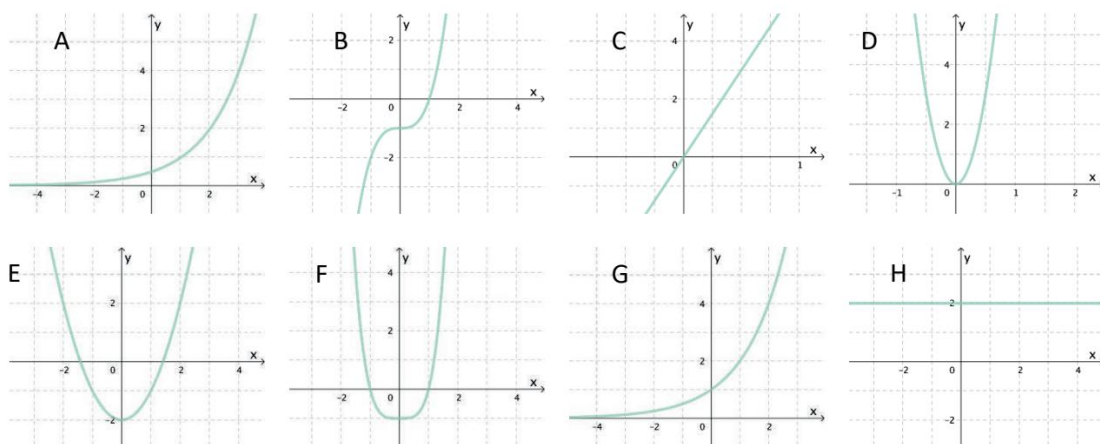
Det er gitt at $\vec{q} = t \cdot \vec{a} + \vec{b}$, der $t \in \mathbb{R}$.

- b) Bestem t slik at $\vec{p}$ og $\vec{q}$ blir ortogonale.

Oppgave 2-6

Nedenfor ser du åtte grafer.

- En av grafene er grafen til en funksjon på formen a^x , der a er et positivt helt tall.
- Tre av grafene er grafer til funksjoner på formen $x^b - c$, der b og c er positive hele tall.
- Fire av grafene er grafene til den dobbeltderiverte til de fire funksjonene som er beskrevet ovenfor.



Figur 1: Åtte grafer

a) Sorter grafene i par.

- De to grafene i hvert par skal være grafen til en funksjon og grafen til den dobbeltderiverte av funksjonen.
- Det må komme tydelig fram hvilken graf som er grafen til funksjonen, og hvilken som er grafen til den dobbeltderiverte.

Husk å begrunne svarene.

b) Hvilke av de åtte grafene ovenfor er grafer til funksjoner som har en omvendt funksjon?