

S1 eksamen H2025

20.11.25

Oversikt

Del 1 — 2 timer — uten hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
1-1	Derivasjon og tolkning av stigningstall	derivasjon, funksjoner	✓
1-2	Logaritmiske likninger og logbaser	logaritmer, likninger	✓
1-3	Grenseverdier og eksistens	grenseverdi, kontinuitet	✓
1-4	Kombinatorikk og passord	kombinatorikk	✓
1-5	Topp- og bunn-punkter med $\ln$	derivasjon, funksjoner, logaritmer	✓
1-6	Einars straffe-sparkkonkurranse	sannsynlighet, programmering	✓

Del 2 — 3 timer — med hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
2-1	Ekspontientell modell for befolkningsvekst	eksponentiell vekst, modellering, regresjon	✓
2-2	Stykkevis funksjon og kontinuitet	kontinuitet, funksjoner, delt forskrift	✓
2-3	Sannsynlighet med drops	sannsynlighet, kombinatorikk	✓
2-4	Kostnad, pris og overskudd	økonomi, derivasjon, funksjoner	✓
2-5	Luktintensitet og logaritmer	logaritmer, modellering	✓
2-6	Terningspill og forventningsverdi	sannsynlighet, programmering, diskrete sannsynlighetsfordelinger	✓

Del 1

Oppgave 1-1

a) Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \sqrt{x} + 2$$

Funksjon g gitt ved

$$g(x) = \frac{2x-3}{e^x}$$

er kontinuert og deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$.

b) Bestem $g'(2)$ og $g'(3)$.

c) Hva forteller svarene i oppgave b om grafen til g når $x \in [2, 3]$?

Oppgave 1-2

a) Løs likningen

$$(\lg x)^2 - 2 \lg x = 8$$

b) Bestem a slik at

$$\log_a \frac{1}{64} = -3$$

Oppgave 1-3

a) Bestem grenseverdien dersom den eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

b) 1) Bestem a slik at grenseverdien eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

2) Bestem grenseverdien for denne verdien av a .

Oppgave 1-4

Et passord skal bestå av tre tegn og lages av sifrene 1–9 og bokstavene A–F.

Det første tegnet skal være en bokstav, og de to neste tegnene skal være to ulike siffer.

a) Hvor mange ulike passord er det mulig å lage med disse betingelsene?

Et annet passord skal også bestå av tre tegn.

- Hvert tegn skal være et av sifrene 1, 2, 3, 4 eller en av bokstavene A, B, C.
- Både sifrene og bokstavene kan forekomme flere ganger.
- Passordet må inneholde minst én bokstav og minst ett siffer.

b) Hvor mange ulike passord er det mulig å lage med disse betingelsene?

Oppgave 1-5

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln x$$

Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

Oppgave 1-6

Einar er fotballspiller og har skrevet programmet nedenfor.

```
1 from random import choice
2 #choice returnerer en tilfeldig verdi fra en liste
3
4 alternativer = ["bom", "bom", "bom", "treff", "treff"]
5 #liste med alternativer
6
7 skuddserie = 3
8 antall_treff = 0
```

 Python

```

9
10 for i in range(skuddserie):
11     skudd = choice(alternativer)
12     if skudd == "treff":
13         antall_treff = antall_treff + 1
14
15 print(antall_treff/skuddserie)

```

- Hvilke mulige verdier kan programmet skrive ut?
- Bestem sannsynligheten for at programmet skriver ut 1,0.

Når Einar tar et straffespark, er sannsynligheten for at han scorer mål, 30 %.

- Hva er det minste antallet straffespark Einar må ta for at sannsynligheten for at han scorer minst ett mål, skal være 50 % eller mer?

Del 2

Oppgave 2-1

Tabellen nedenfor viser folketallet i en bygd, noen år i perioden 1910–1935.

År	1910	1913	1919	1921	1925	1927	1931	1935
Folketall	800	963	1253	1511	1720	1879	2387	2774

- Bruk informasjonen til å lage en modell på formen

$$F(t) = a \cdot b^t$$

for antall personer $F(t)$ som bodde i bygda t år etter 1910.

Vurder modellens gyldighetsområde. b) Når økte befolkningen med mer enn 80 personer per år ifølge modellen? c) Hvor mange år gikk det før den gjennomsnittlige befolkningsveksten fra 1910 var større enn 80 personer per år ifølge modellen?

Oppgave 2-2

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & x \leq -2 \\ 2x^3 + 2x^2 - 4x & -2 < x < k \\ 4 & x \geq k \end{cases} \quad \text{der } k \in \langle -2, \rightarrow \rangle$$

- Avgjør om f er kontinuertlig når $x = -2$.
- Bestem k slik at f er kontinuertlig når $x = k$.

Oppgave 2-3

Sander, Henny og Kari har hver sin pose med drops. I alle posene er det 3 grønne, 8 gule og 7 røde drops.

Sander tar 2 tilfeldige drops fra sin pose.

- Bestem sannsynligheten for at han tar 2 gule drops.

Henny tar 3 tilfeldige drops fra sin pose.

- Bestem sannsynligheten for at hun tar et drops av hver farge.

Sander og Henny legger tilbake dropsene de tok i oppgave a og b. Alle tre tar så et drops fra hver sin pose.

- c) Bestem sannsynligheten for at alle får samme farge på dropset de tar.

Oppgave 2-4

En elevbedrift produserer og selger et produkt. Kostnaden $K(x)$ kroner ved produksjon og salg er gitt ved

$$K(x) = 0,02x^2 + 60x + 12000$$

Elevbedriften selger produktet for 100 kroner per enhet.

- a) Hvor stort er det største overskuddet elevbedriften kan få?

Elevbedriften klarer å forhandle ned de faste kostnadene til 8000 kroner. De produserer og selger nå 1000 enheter.

- b) Hva er den laveste prisen elevbedriften kan selge produktet for, dersom de skal unngå å gå med underskudd?

Oppgave 2-5

Beboerne i et boligområde klager på lukt fra et biogassanlegg. Kommunen tar luftprøver og vurderer værdata som vind og temperatur.

Prøvene analyseres, og hver prøve gis en luktverdi C . Denne luktverdien er gitt i luktenheter (odour units) per kubikkmeter (OU/m^3).

Sammenhengen mellom C og luktintensiteten I er gitt ved

$$I = 1,4 \cdot \lg(C) - 0,3$$

Biogassanlegget er pålagt å forholde seg til tabellen nedenfor.

Luktintensitet (I)	Vurdering
< 1	uproblematisk
1–2	akseptabelt
2–3	kan aksepteres kortvarig
3–4	plagsom lukt, bør begrenses
> 4	plagsomt, tiltak kreves

Resultatet av prøvene viser luktverdier mellom $500 \text{ OU}/\text{m}^3$ og $1400 \text{ OU}/\text{m}^3$.

- a) Har beboerne grunnlag for å klage?

Biogassanlegget tar klagen på alvor og ønsker å redusere luktplagene.

- b) Hvilken luktverdi må nye prøver vise for at luktintensiteten skal bli akseptabel?

Oppgave 2-6

Ola spiller et spill med mange vanlige terninger. Spillet går over flere runder.

For å kaste terninger og spille bruker Ola programmet nedenfor.

```
1 from random import randint
```

 Python

```

2  #randint(a,b) gir et tilfeldig heltall fra og med a til og med b
3
4  runder = 0
5  terninger = 100
6  while terninger > 0:
7      for i in range(terninger):
8          if randint(1,6) == 6:
9              terninger = terninger + 3
10         else:
11             terninger = terninger - 1
12     runder = runder + 1
13
14 print(runder)

```

a) Hva er reglene for spillet?

Ola spiller mange ganger.

b) Bestem det gjennomsnittlige antallet runder spillet vil vare.