

S1 eksamen V2025

19.05.25

Oversikt

Del 1 – 2 timer – uten hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
1-1	Derivasjon av eksponential og potensfunksjon	derivasjon, eksponentialfunksjoner	✗
1-2	Nullpunkter og ekstremalpunkter for g	derivasjon, funksjonsdrøfting	✗
1-3	Eksponential- og logaritmefunksjoner	eksponentialfunksjoner, logaritmer	✗
1-4	Grenseverdier med algebraisk forenkling	grenseverdi	✗
1-5	Sannsynlighet for skytter Arne Treff	sannsynlighet, diskrete sannsynlighetsfordelinger	✗
1-6	Kontinuitet av funksjoner med delt forskrift	kontinuitet, funksjoner	✗

Del 2 – 3 timer – med hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
2-1	Henge-låskode og simulering	sannsynlighet, simulering, kombinatorikk	×
2-2	Funksjon med delt forskrift og ukjent ledd	kontinuitet, derivasjon, funksjoner	✓
2-3	Kombinatorikk med elever i arbeidsgruppe	kombinatorikk, sannsynlighet	×
2-4	Valgresultat og binomisk sannsynlighet	sannsynlighet, diskrete sannsynlighetsfordelinger, statistikk	×
2-5	T-skjorter, inntekt og overskudd	økonomi, derivasjon, funksjonsdrøfting	×
2-6	Oljefondet og eksponentiell modell	eksponentiell vekst, modellering, gjennomsnittlig vekstfart	×

Del 1

Oppgave 1-1

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$$

Oppgave 1-2

En funksjon g er gitt ved $g(x) = \frac{1}{2}e^x 2x - 1^2$

- Bestem eventuelle nullpunkter til funksjonen g .
- Vis at $g'(x) = \frac{1}{2}e^{x(2x-1)}(2x+3)$
- Finn koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til g .

Oppgave 1-3

Løs likningene

- a) $3^{3x+2} - 5 = 76$
- b) $3 \lg x + 2 \lg x^2 + \lg \frac{1}{x^9} = 2$

Oppgave 1-4

Bestem grenseverdiene

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x^2 - 3)}{x - 3}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

✓ Løsningsforslag

- a) Vi ser at nevneren går mot null når $x \rightarrow 3$, mens telleren går mot $3 \cdot 3 - 3 = 3 \cdot 6 = 18$.

La oss se hva som skjer når vi nærmer oss 3 fra venstre side. Jeg velger $x = 2,5$ for å få en følelse for tallene.

$$\frac{3(2,5^2 - 3)}{2,5 - 3} = \frac{3(6,25 - 3)}{-0,5} = \frac{3 \cdot 3,25}{-0,5} = -19,5$$

Hvis vi hadde valgt en verdi nærmere 3 ville fått et enda mer ekstremt negativt svar.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3(x^2 - 3)}{x - 3} = -\infty$$

Når vi nærmer oss 3 fra høyre side så får vi (vi velger 3,5)

$$\frac{3(3,5^2 - 3)}{3,5 - 3} = \frac{3(12,25 - 3)}{0,5} = \frac{3 \cdot 9,25}{0,5} \approx 55$$

Hvis vi hadde valgt et tall nærmere 3 ville vi fått et enda mer ekstremt positivt svar.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x^2 - 3)}{x - 3} = \infty$$

Grenseverdien eksisterer ikke siden grenseverdiene fra venstre og høyre side ikke stemmer overens.

Oppgave 1-5

Skiskytter Arne Treff skal skyte en serie på tre skudd. Det har tidligere vist seg at Arne treffer på 80 % av skuddene sine. Vi antar at alle skuddene er uavhengige av hverandre.

- a) Bestem sannsynligheten for at Arne treffer på begge de to første skuddene.
- b) Bestem sannsynligheten for at Arne treffer på nøyaktig to av de tre skuddene.
- c) Bestem sannsynligheten for at Arne treffer på høyst ett av de tre skuddene.

Oppgave 1-6

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 2e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

og

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2e^x, & x > 0 \end{cases}$$

- Avgjør om f er kontinuert i $x = 0$.
- Avgjør om g er kontinuert i $x = 0$.

Del 2

Oppgave 2-1

Peder har glemt koden på hengelåsen sin. Koden består av tre sifre. Peder husker at sifrene 7, 8, 9 og 0 ikke er med i koden. Han bestemmer seg for å prøve seg fram.

- Bestem sannsynligheten for at Peder klarer å åpne hengelåsen på første forsøk.
- Bruk simulering til å bestemme sannsynligheten for at Peder klarer å åpne hengelåsen på første forsøk.

Oppgave 2-2

Amalie arbeider med en funksjon f med delt forskrift og skal vise funksjonsuttrykket til de andre i klassen. Dessverre har hun sølt på arket sitt og klarer ikke å lese alt som står der.

$$f(x) = \begin{cases} -9x - 15, & x \leq -2 \\ \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare, & -2 < x < 1 \\ \frac{x^2}{2} - x - \frac{7}{2}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Hun husker at f er kontinuert for alle $x \in \mathbb{R}$. Hun husker også at uttrykket i midten er et tredjegradspolynom. I tillegg husker hun at $f'(-2) = -9$ og $f'(1) = 0$.

Bruk dette til å bestemme hele funksjonsuttrykket til f .

✓ Løsningsforslag

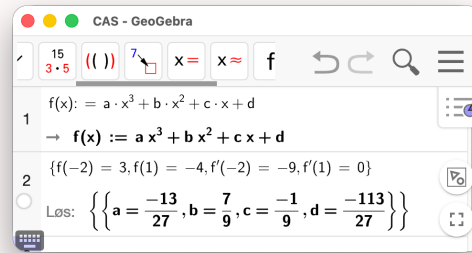
For at f skal være kontinuert så må funksjonsverdien for $f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ og $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$. Vi sjekker funksjonsverdiene.

$$f(-2) = -9 \cdot -2 - 15 = 18 - 15 = 3$$

$$f(1) = \frac{1^2}{2} - 1 - \frac{7}{2} = \frac{1}{2} - \frac{2}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{8}{2} = -4$$

Tredjegradsfunksjonen vår bør altså gå mot 3 når $x \rightarrow -2^+$ og -4 når $x \rightarrow 1^-$.

I tillegg skal $f'(-2) = -9$ og $f'(1) = 0$. Disse opplysningene sier oss at f må være deriverbar i $x = -2$ og $x = 1$. Jeg setter opp uttrykket for en tredjegradsfunksjon i CAS i GeoGebra i linje 1 og legger inn de fire opplysningene våre i linje 2.



Figur 1: Løsning i CAS

Det fullstendige funksjonsuttrykket for f er

$$f(x) = \begin{cases} -9x - 15, & x \leq -2 \\ -\frac{13}{27}x^3 + \frac{7}{9}x^2 - \frac{1}{9}x - \frac{113}{27}, & -2 < x < 1 \\ \frac{x^2}{2} - x - \frac{7}{2}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Oppgave 2-3

Ti elever skriver navnet sitt på hver sin lapp. Elevene legger de ti lappene i en hatt. Fra hatten trekkes fire lapper tilfeldig. De fire elevene som trekkes ut, skal være med i en arbeidsgruppe.

- a) På hvor mange mulige måter kan arbeidsgruppen settes sammen?

Sju av de ti elevene er jenter. Resten er gutter.

- b) Bestem sannsynligheten for at minst to gutter blir med i arbeidsgruppen.

Emma og Marie er to av jentene.

- c) Bestem sannsynligheten for at bare én av de to jentene blir med i arbeidsgruppen.

Oppgave 2-4

Ved kommunevalget i 2023 stemte 11,3 % på Fremskrittspartiet. Vi skal plukke ut 10 tilfeldige personer som stemte ved valget.

- a) Bestem sannsynligheten for at vi plukker ut minst 4 som stemte Fremskrittspartiet ved valget.

I en valgkrets var det totalt 243 som stemte. Bildet viser en oversikt over de fem partiene som fikk størst oppslutning i denne valgkretsen.

Også her skal vi plukke ut 10 tilfeldige personer blant dem som stemte.

Partinavn	Oppslutning (%)	Antall stemmer
Arbeiderpartiet	41,8	100
Senterpartiet	26,8	64
Fremskrittspartiet	10,5	25
Rødt	6,7	16
Høyre	6,3	15

Figur 2: Valgresultat i valgkrets

- b) Bestem sannsynligheten for at vi plukker ut minst 4 som stemte Arbeiderpartiet ved valget. Husk å begrunne valget av metoden du bruker for å regne ut sannsynligheten.

Oppgave 2-5

En bedrift produserer og selger T-skjorter. Prisen $p(x)$ kroner per T-skjorte ved produksjon og salg av x T-skjorter per uke er gitt ved

$$p(x) = -0,001x^2 + 0,2x + 100$$

De totale kostnadene $K(x)$ kroner per uke er gitt ved

$$K(x) = 0,1x^2 + 8000$$

- Bestem den største mulige inntekten bedriften kan få per uke.
- Bestem det største mulige overskuddet bedriften kan få per uke.

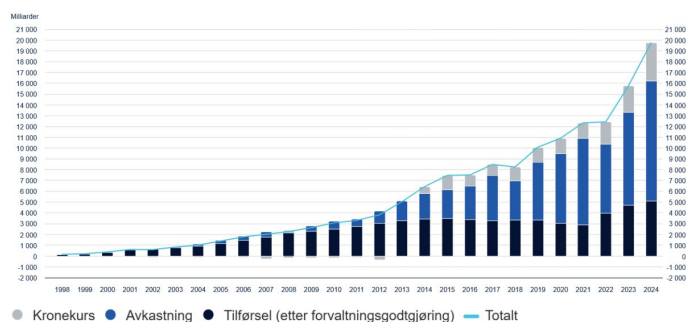
Bedriften ønsker å gjennomføre en kampanje hvor de en uke donerer 30 kroner per solgte T-skjorte til veldedighet.

- Bestem det største antallet T-skjorter bedriften kan produsere og selge i en uke med kampanje uten å gå med underskudd.

Oppgave 2-6

Oljefondet (Statens pensjonsfond utland) ble opprettet etter at vi fant olje i Nordsjøen. Formålet med oljefondet er å sikre framtiden i norsk økonomi.

Figuren nedenfor viser utviklingen av oljefondet fra og med 1998 til og med 2024.



Figur 3: Utvikling av oljefondet 1998–2024

- Lag en modell $O(t)$ som tilnærmet viser utviklingen av den totale verdien av oljefondet i hele perioden. Husk å begrunne valg av modell.

I resten av oppgaven skal du bruke funksjonen V gitt ved

$$V(t) = 330 \cdot 1,1787^t$$

som modell for den totale verdien av oljefondet i milliarder kroner t år etter 1998.

- Bestem $V(20)$ og $V'(20)$. Gi en praktisk tolkning av svarene.
- Sammenlign den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallene $[0, 10]$ og $[16, 26]$.