

S2 eksamen E22

Oversikt

Del 1 – 2 timer – uten hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
1-1a	Bestemt integral	integral	×
1-1b	Ubestemt integral	integral	×
1-2	Aritmetisk mur	rekker	×
1-3	Summen av ukjent uendelig geometrisk rekke	rekker	×
1-4	Forventningsverdi og varians fra sannsynlighetsfordeling	sannsynlighet, forventningsverdi, varians, diskrete sannsynlighetsfordelinger	×
1-6	Argumenter for hvorfor sette grensekostnad lik grenseinntekt	grenseinntekt og grensekostnad, økonomi	×
1-7	Ukjent programkode	programmering, utforskning, funksjoner	×

Del 2 – 3 timer – med hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
2-2	Levetiden til lyspærer	kontinuerlige sannsynlighetsfordelinger, forventningsverdi, sannsynlighet	✓
2-6	Simuler sannsynlighet for høyde over 175 cm	programmering, simulering, sannsynlighet, normalfordeling	✗

Del 1

Oppgave 1-1a

Regn ut integralet

$$\int_0^1 (4x^2 + 3) dx$$

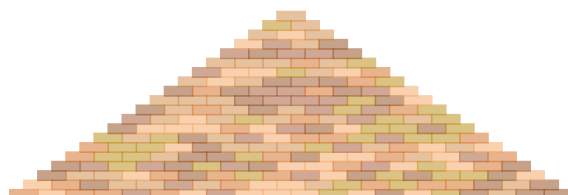
Oppgave 1-1b

Regn ut integralet

$$\int 4x\sqrt{x^2 + 2} dx$$

Oppgave 1-2

- Forklar hva det vil si at en rekke $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ er aritmetisk.
- En murer skal lage en mur slik figuren viser. Bruk teorien om rekker til å bestemme hvor mange murstein mureren trenger, når han vet at det er totalt 20 rader med murstein.



Oppgave 1-3

Summen av en uendelig geometrisk rekke konvergerer mot 6.

Summen av tre første leddene er $\frac{38}{9}$.

Bestem summen av de fire første leddene.

Oppgave 1-4

En sannsynlighetsfordeling er gitt ved tabellen nedenfor.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,2	k	$2k$	$5k$

- Forklar hvorfor k må være 0,1. Bestem forventningsverdien $E(X)$.
- Bestem variansen $\text{Var}(X)$

Oppgave 1-6

Forklar hvorfor vi kan sette grensekostnad lik grenseinntekt når vi skal finne det største overskuddet.

Oppgave 1-7

En elev har skrevet følgende kode

```
1 from math import sqrt          # importerer kvadratrotfunksjon
2 a = 0
3 b = 2
4 n = 10000
5
6 def f(x):
7     return x**2 + 2
8
9 I = 0
10 h = (b - a)/n
11
12 for i in range(n):
13     I = I + f(a + i*h)*h
14
15 print(round(I,3))
```

- Forklar hva eleven ønsker å regne ut.
- Hva blir det eksakte svaret på oppgaven eleven ønsker å løse?

Del 2

Oppgave 2-2

Levetiden T i timer til en tilfeldig lyspære av en bestemt type er en stokastisk variabel. Det viser seg at

$$P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$

der tetthetsfunksjonen f er gitt ved

$$f(t) = \begin{cases} k \cdot e^{-0,005t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

a) Vis at $k = 0,005$.

b) Hva er sannsynligheten for at lyspærens levetid er mer enn 400 timer?

Forventningsverdien μ til en kontinuert stokastisk variabel med tetthetsfunksjonen f er gitt ved

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

c) Bestem forventningsverdien til T .

Oppgave 2-6

På en skole er det 323 jenter og 301 gutter. La X være høyden til en tilfeldig valgt jente og Y være høyden til en tilfeldig valgt gutt. Vi antar at X og Y er normalfordelte med $\mu_X = 168$ cm, $\mu_Y = 180$ cm, $\sigma_X = 6$ cm og $\sigma_Y = 8$ cm.

Lag et program som du kan bruke til å simulere sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev er høyere enn 175 cm. Bestem denne sannsynligheten.

Programmeringshjelp

Denne hjelpen ble ikke gitt i oppgaveteksten! For å trekke ut en tilfeldig normalfordelt elev så må du bruke et ekstern bibliotek som `numpy` eller `random`. Med `import random` kan du bruke følgende kode lagre høyden til én tilfeldig jenteelev som `X`: 📌

```
X = random.gauss(168, 6)
```