

S2 eksamen H2025

Oversikt

Del 1 – 2 timer – uten hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
1-1	Ubestemt integral S2 H2025	integral	✓
1-2	S2 H2025 ulike rek- ker del 1	rekker, uendelig rekke	✓
1-3	Tolkning av inte- gral og areal fra graf	tolke grafer, tolkning av inte- graler, integral, areal under graf	✓
1-4	Sannsyn- lighet for poengtap ved po- engspill	sannsynlighet, varians, forvent- ningsverdi, dis- krete sannsyn- lighetsfordelin- ger	✓
1-5	Finn rik- tig graf for nor- malforde- lingene	normalforde- ling, tolke grafer	✓

Del 2 – 3 timer – med hjelpemidler

Oppgave	Navn	Temaer	Løsningsforslag
2-1	Logistisk plante-salg	regresjon, logistisk funksjon, tolkning av integraler	✓
2-2	Grense-kostnader, enhetskostnader og overskudd	økonomi, grenseinntekt og grensekostnad, enhetskostnad	✓
2-3	Hypotesetester om komponenter som er defekte	hypotesetest	✓
2-4	Mathias sine lån for å kjøpe bil	lån, rekker	✓
2-5	Programmering av Wiggos spareplan	rekursiv sammenheng, programmering	✓
2-6	Simulering av antall terningkast for å få samme antall øyne i to kast på rad	simulering, sannsynlighet, programmering	✓

Del 1

Oppgave 1-1

Regn ut integralet

$$\int e^x \cdot x \, dx$$

Oppgave 1-2

Ta utgangspunkt i den aritmetiske rekken

$$-3 + 0 + 3 + \dots + 69$$

- a) Bestem summen av rekken.

Ta utgangspunkt i den uendelige geometriske rekken

$$5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right) + 5 \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 + \dots$$

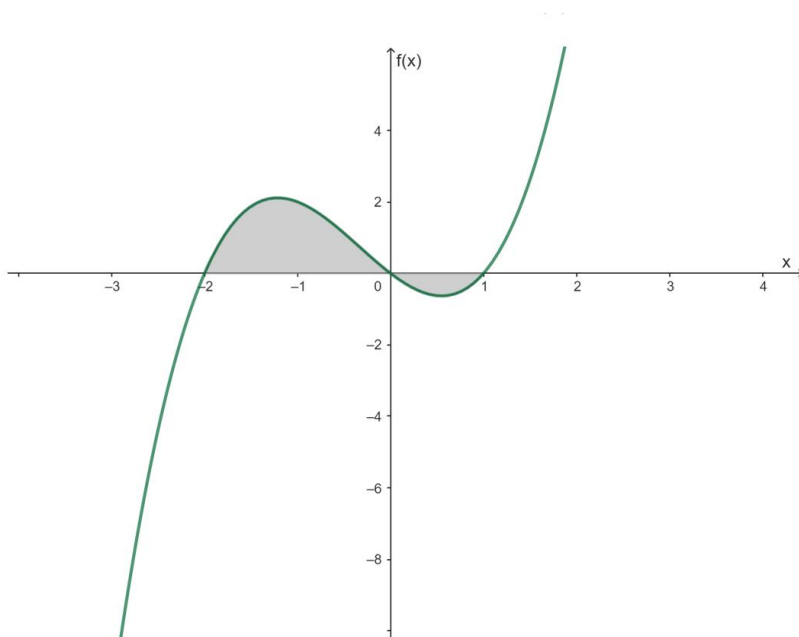
- b) Bestem konvergensområdet til rekken.

En ball faller fra 2 meters høyde. Hver gang ballen treffer bakken, spretter den opp til en høyde som er 75% av høyden den falt fra.

- c) Hvor mange meter vil ballen bevege seg totalt?

Oppgave 1-3

Nedenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$.



Figur 1: Grafen til f

- a) Hvilket av uttrykkene nedenfor gir arealet av det markerte området på figuren? Husk å begrunne svaret ditt.

1. $\int_{-2}^1 f(x) \, dx$

2. $\int_{-2}^1 f(x) \, dx - \int_0^1 f(x) \, dx$

3. $\int_{-2}^0 f(x) \, dx + \int_0^1 f(x) \, dx$

4. $\int_{-2}^0 f(x) \, dx - \int_0^1 f(x) \, dx$

- b) Regn ut arealet av det markerte området på figuren.

Kristian ønsker å finne en verdi $a < 0$, som er slik at $\int_a^1 f(x)dx = 0$. Han bruker en kalkulator og finner at $a \approx -0,6$.

Unni påstår at likningen til Kristian har to løsninger.

- c) Forklar hvorfor påstanden til Unni er riktig, og bruk figuren til å anslå omtrent hvilken verdi den andre løsningen kan ha.

Oppgave 1-4

I et spill kan du få poeng ved å kaste en terning med fire sider. De fire sidene har ulik farge. Den ene siden er gul, den andre grønn, den tredje rød og den fjerde blå.

- Gul side gir ingen poeng.
- Grønn side gir ett poeng.
- Blå side gir to poeng.
- Rød side gir tre poeng.

Du starter med 10 poeng, og hvert kast koster 2 poeng.

La x være endringen i poeng for hvert kast, det vil si poengene fra kastet fratrukket de to poengene kastet koster.

- a) Skriv av tabellen under og fyll inn det som mangler

x	☐	-1	☐	☐
$P(X = x)$	☐	$\frac{1}{4}$	☐	☐

- b) Bestem $E(X)$. Hva forteller dette svaret?
c) Bestem $\text{Var}(X)$.

Oppgave 1-5

På en skole med mange elever er høyden til elevene tilnærmet normalfordelt med en forventningsverdi på 170 cm og et standardavvik på 5 cm.

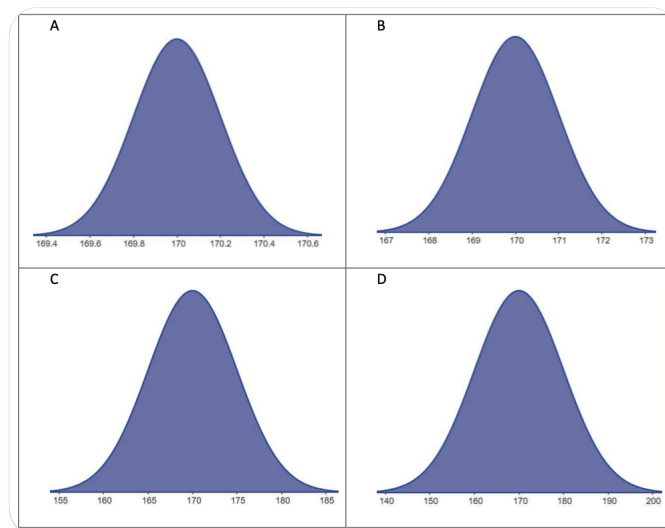
Vi trekker ut én tilfeldig elev fra skolen og måler hvor høy eleven er.

- a) Hvilken figur nedenfor viser sannsynlighetsfordelingen til denne hendelsen?

Vi trekker ut 25 tilfeldige elever fra skolen, måler hvor høye elevene er, og regner ut gjennomsnittshøyden.

- b) Hvilken figur nedenfor viser sannsynlighetsfordelingen til denne hendelsen?

Husk å begrunne svarene dine.



Del 2

Oppgave 2-1

Et hagesenter ønsker å satse på salg av en ny type planter. De startet salget av plantene i uke 17. Utover våren økte salget. I tabellen nedenfor ser du inntekten fra salget av plantene de første ukene.

Uke	17	18	19	20	21	22	23	24
Inntekt (kr/uke)	2900	4400	12 200	23 400	28 800	34600	41 000	40 800

- a) Bruk informasjonen i tabellen til å lage en modell I på formen

$$I(t) = \frac{B}{1 + a \cdot e^{-kt}}$$

for inntekten $I(t)$ kroner per uke, t uker etter uke 17. Vurder modellens gyldighetsområde.

- b) Når økte inntekten mest, ifølge modellen? Hvor mye økte inntekten med på dette tidspunktet?
c) Løs likningen

$$\int_0^x I(t) dt = 65000$$

Gi en praktisk tolkning av svaret.

Oppgave 2-2

En bedrift produserer og selger en vare. Kostnaden $K(x)$ ved å produsere x enheter av varen per dag er gitt ved

$$K(x) = 700 \cdot e^{\frac{x}{200}}, \quad x \in \langle 0, 500 \rangle$$

- a) Bestem $K'(150)$. Gi en praktisk tolkning av svaret.
b) Bestem produksjonsmengden som gir den laveste enhetskostnaden. Hva blir denne enhetskostnaden?

Bedriften selger alle varene den produserer.inntekten $I(x)$ kroner ved salg av x enheter av varen per dag er gitt ved

$$I(x) = 80x - 0,10x^2$$

- c) Hvor mange enheter av varen må bedriften produsere og selge for å gå med overskudd?

Oppgave 2-3

En bedrift har en maskin som lager elektroniske komponenter. Firmaet MASK, som leverte maskinen til bedriften, oppgir at andelen feilproduserte komponenter vil være 1 % eller mindre.

Bedriften tester maskinen ved å lage 20 komponenter. Det viser seg at det er feil på én komponent. Bedriften klager til MASK og påstår at maskinen lager en høyere andel feilproduserte komponenter enn oppgitt.

- a) Bruk hypotesetesting og argumenter for om klagen er velbegrunnet.

MASK sender en kontrollør til bedriften. Kontrolløren tester mange komponenter fra maskinen og finner også feil på én komponent. Kontrolløren påstår at med det antallet komponenter han har testet, så er det mer enn 95 % sannsynlighet for at andelen feilproduserte komponenter er 1 % eller mindre.

- b) Hva er det minste antallet komponenter kontrolløren kan ha testet for å påstå dette?

Oppgave 2-4

Mathias ønsker å kjøpe seg en bil. Han går innom nærmeste bilforhandler, der han ser to ulike biler som vekker interesse.

Mathias har ingen egenkapital og må derfor låne hele beløpet. Bilforretningen gir Mathias følgende to tilbud for bilene:

Tilbud 1: Diesebil

En brukt diesebil. Pris 357 000 kroner. Nedbetalingstid 8 år, med én termin per år. Første innbetaling etter ett år. Rentesats 4 %.

Tilbud 2: Elbil

En ny elbil. Pris 450 000 kroner. Nedbetalingstid 10 år, med én termin per år og terminbeløp på 52 000 kroner. Første innbetaling etter ett år.

- a) Sett opp en geometrisk rekke som viser hvor mye Mathias må betale for den brukte diesebilen. Bruk rekken til å bestemme terminbeløpene Mathias må betale dersom han kjøper bilen.
- b) Bestem rentesatsen Mathias får dersom han velger å kjøpe elbilen.
- c) Hvilket tilbud fører til at Mathias må betale mest renter totalt?

Oppgave 2-5

Wiggo har en spareplan. De fem første dagene sparer han følgende beløp:

Dag 1: 1 krone

Dag 2: 5 kroner

Dag 3: 10 kroner

Dag 4: 16 kroner

Dag 5: 23 kroner

Etter disse fem dagene har han 55 kroner på konto. Wiggo ønsker å fortsette med denne sparingen i samme mønster i dagene framover.

Beskriv den rekursive sammenhengen mellom sparebeløpene. Lag et program som bruker denne rekursive sammenhengen til å vise hvor mange dager Wiggo må spare før han har 100000 kroner på konto.

Husk å legge ved skjermbilde av både programkoden og resultatet du får når du kjører programmet.

Oppgave 2-6

Ane har en vanlig sekssidet terning. Hun ønsker å finne ut hvor mange ganger hun i gjennomsnitt må kaste terningen for å få det samme antallet øyne i to kast på rad.

Hun har laget tabellen nedenfor.

Kast nummer	1	2	3	4	5	6	...
Sannsynlighet for at kastet er nødvendig	1	1	$\frac{5}{6}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^2$	$\left(\frac{5}{6}\right)^3$	$\left(\frac{5}{6}\right)^4$	...

Tabell 5: Sannsynlighet for at et kast er nødvendig

a) Forklar at

$$1 + 1 + \frac{5}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \dots$$

vil gi det forventede antallet kast Ane må gjøre for å få det samme antallet øyne i to kast på rad. Bestem denne verdien.

b) Bruk simulering til å bestemme forventningsverdien til summen av antall øyne Ane vil få på terningen i kastene hun bruker for å få det samme antallet øyne i to kast på rad.